

# Magnituda $M_w$ liczona metodą Andrew/Snoke

## Opis metody liczenia magnitudy

Moduł Magnituda  $M_w$  liczy magnitudy stacyjne. Magnituda  $M_w$  liczona jest ze skalara momentu sejsmicznego  $M_0$ , który jest liczony ze spektrum przemieszczenia fali  $P$  lub  $S$  w ognisku metodą Andrew (Andrews 1986, Snoke 1987). Sygnał liczony jest osobno dla trzech składowych, po czym wartości omega dla poszczególnych składowych są sumowane i z sumy liczony jest  $M_0$  (Wiejacz i Wiszniowski 2006).

Metoda rozpoczyna się od obliczenia widma sygnału metodą multi-taper (Park, 1987). Metoda ta wykorzystuje wielokrotne sumowanie widm cząstkowych, które są uzyskane dla różnych okien czasowych (Niewiadomski 1997). Skalowanie widma odbywa się w oparciu o równość Parsewala, zgodnie ze wzorem:

$$X(f) = F(f) \cdot Sc$$

gdzie  $F(f)$  jest widmem obliczonym metodą multitaper, podczas gdy współczynnik skalujący  $Sc$  jest określony wzorem

$$Sc = \frac{\sum_{t=t_p}^{t_E} (x(t) - x_{avr})^2 dt}{\sum_{f=df}^{N/2} 2df F(f)}$$

gdzie

$$df = \frac{1}{Ndt}$$

$$x_{avr} = \sum_{t=t_p}^{t_E} x(t)$$

Za początek fali przyjmuje się początek okna czasowego ( $t_p$ ,  $t_E$ ). Długość okna czasowego jest dobierana tak, aby pasowała do kształtu fali i dlatego do pewnego stopnia jest to wynikiem arbitralnej oceny ludzkiego analityka. Domyślna długość okna czasowego może być ustawiona na każdej stacji dla każdego konkretnego regionu źródła zdarzenia. Jednak taka w pełni zautomatyzowana procedura może prowadzić do błędnych wyników w przypadku zmieniającego się poziomu hałasu sejsmicznego lub zbliżonych do siebie zdarzeń. Ważnym czynnikiem jest również wielkość wstrząsu; generalnie w przypadku większych zjawisk należy przyjąć dłuższe okno czasowe (jest to zasada metody długości trwania). W przypadku słabego zdarzenia, wielkość okna odpowiednia do większego wstrząsu może spowodować, że udział hałasu długookresowego może wpłynąć na podniesienie wielkości. W przeciwieństwie do tego, okno zbyt krótkie dla dużego zdarzenia powoduje, że jego długookresowe widma cząstkowe nie wchodzi w sumę i ostatecznie wielkość  $M_w$  może zostać błędnie obniżona.

Końcowe widmo przemieszczeń jest obliczane za pomocą wzoru uwzględniającego rozchodzenie się fal ciała w odległości  $R$ , tłumienie sprężyste zgodnie ze współczynnikiem jakości  $Q$  (Aki i Richards, 2002) oraz odpowiedź instrumentu  $G_v(f)$ :

$$U(f) = \frac{X(f)R}{2\pi f G_v(f) \exp\left(\frac{-\pi f R}{cQ}\right)}$$

Uwzględnianie odpowiedzi przyrządu jest ważne, ponieważ pozwala na porównywanie wyników i wykorzystanie danych zarejestrowanych przez różne czujniki i systemy akwizycji danych na różnych stacjach i/lub w różnym czasie po zmianie wyposażenia stacji.

Poprawka na tłumienie sprężyste w przypadku słabych zdarzeń polega w zasadzie na dużym wzmocnieniu wysokich częstotliwości w widmie, co wynika z postaci zależności tłumienia. W paśmie wysokich częstotliwości sygnał zdarzenia może być słabszy niż szum sejsmiczny, podczas gdy zarówno sygnał, jak i szum zostaną silnie wzmocnione przez korekcję. W takich przypadkach wartość  $Q$  jest podnoszona tak, aby kształt widma w danym paśmie częstotliwości pokrywał się z krzywą modelu Brune'a (1970). Wartości  $\Omega_0$  i  $f_0$  wymagane przez model Brune'a oblicza się metodą Andrews (1986):

$$\Omega_0 = \left( \frac{4K^3}{J} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{J}{K}}$$

gdzie  $J$  i  $K$  są obliczane według wzorów Snoke'a (1987)

$$J = 8\pi^2 \left( \frac{1}{3} U^2(f_1) f_1^3 + df \sum_{f=f_1+1}^{f_2-1} U^2(f) f^2 + U^2(f_2) f_2^3 \right)$$

$$K = 2 \left( U^2(f_1) f_1 + df \sum_{f=f_1+1}^{f_2-1} U^2(f) + \frac{1}{3} U^2(f_2) f_2 \right)$$

gdzie  $f_1$  i  $f_2$  to dolna i górna granica częstotliwości pasma, dla którego estymowany jest model Brune'a. Wyznaczenie granic pasma częstotliwości jest konieczne ze względu na hałas sejsmiczny. Wzory Snoke'a są poprawne, jeśli

$$f_1 \ll f_0 \ll f_2 \quad (1)$$

ponieważ zakładają, że odpowiedź modelu Brune'a poza tym zakresem jest asymptotyczna. Wydaje się zatem, że wystarczające jest spełnienie

$$2f_1 < f_0 < \frac{1}{2}f_2$$

co może być niemożliwe do spełnienia w przypadku słabego sygnału i dużych szumów. Dolna granica  $f_1$  dla większości zdarzeń wynosi 1 Hz. W szczególności dotyczy to słabych wstrząsów. Przy częstotliwościach poniżej 1 Hz szum o niskiej częstotliwości zaczyna odgrywać istotną rolę w widmach sygnału. Hałas ten staje się dominujący w przypadku słabych i odległych zdarzeń, dlatego należy odciąć niskie częstotliwości. W przypadku zdarzeń bliskich widma sygnału są zwykle większe niż szum i można zastosować dolną granicę pasma częstotliwości. Silne zdarzenia mają w swoim sygnale większą składową niskich częstotliwości, dlatego zgodnie z zależnością (1) trzeba zastosować dolną granicę pasma niskich częstotliwości mniejszą niż 1 Hz. Sygnał jest wtedy na tyle silny, że przeważa nad szumem w całym paśmie częstotliwości. Górna granica pasma częstotliwości  $f_2$  ma również na celu ograniczenie skutków szumu. Ograniczenie to ma znaczenie w przypadku słabych sygnałów, gdy korekcja tłumienia powoduje nadmierne wzmocnienie wysokich częstotliwości. W przypadku słabych zdarzeń konieczne staje się ustalenie górnej granicy pasma częstotliwości lub zwiększenie wartości  $Q$ . Ogólnie rzecz biorąc, efekty szumu uniemożliwiają poprawne określenie wielkości  $M_w$  poniżej wartości 1.7-2,0 na dowolnej stacji, ponieważ przy tej wielkości poziom widmowy jest następnie obliczany z widm szumu, a nie z widm sygnału zdarzenia.

Moment sejsmiczny jest obliczany z trzech składowych sygnału dwoma alternatywnymi metodami. W pierwszej metodzie wartości  $J$ ,  $K$ ,  $\Omega_0$  i  $f_0$  są obliczane dla każdego składowej osobno. Następnie obliczany jest moment sejsmiczny dla każdego kanału dla fali  $P_g$  lub  $S_g$  według wzoru:

$$M_0^i = \frac{4\pi\rho_0 c_0^3 \Omega_0^i}{R_c}$$

gdzie  $i$  oznacza składową sygnału, a  $c_0$  jest odpowiednią prędkością fali ( $P$  lub  $S$ ) u źródła. Prędkość fali  $S$  u źródła,  $c_0$  jest określana na podstawie głębokości i modelu prędkościowego 1D, natomiast prędkość fali  $P$  u źródła jest określona, albo z modelu, albo zależnością  $c_0(P) = 1,73 c_0(S)$ . Przyjmuje się gęstość w źródła z modelu 1D lub domyślnie  $\rho_0 = 2700 \text{ kg/m}^3$ . Średni współczynnik promieniowania  $R_c$  przyjmuje się dla fali  $P$  jako  $R_c(P)=0,52$  i dla fali  $S$   $R_c(S)=0,63$  (Boore i Boatwright, 1984). Moment sejsmiczny jest obliczany jako pierwiastek kwadratowy z sumy kwadratów poszczególnych momentów sejsmicznych uzyskanych dla trzech składowych:

$$M_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (M_0^i)^2}$$

W drugiej metodzie wartości  $J$  i  $K$  są obliczane przy użyciu wszystkich trzech składowych sygnału:

$$J = 8\pi^2 \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{3} U_i^2(f_1) f_1^3 + df \sum_{f=f_1+1}^{f_2-1} U_i^2(f) f^2 + U_i^2(f_2) f_2^3 \right)$$

$$K = 2 \sum_{i=1}^3 \left( U_i^2(f_1) f_1 + df \sum_{f=f_1+1}^{f_2-1} U_i^2(f) + \frac{1}{3} U_i^2(f_2) f_2 \right)$$

Stosując tę metodę otrzymujemy tylko jeden zbiór wartości  $\Omega_0$  i  $f_0$ , z których oblicza się  $M_0$ . Metoda ta jest liczbowo lepsza niż pierwsza w sytuacji, gdy jakiś komponent ma stosunkowo bardzo słaby sygnał. W takim przypadku wartości  $J$  i  $K$  dla takiego składnika będą zarówno bardzo małe, a w pierwszej metodzie powstałby przypadek dzielenia dwóch bardzo małych liczb. Wynik takiego dzielenia byłby następnie sumowany na równych prawach z dwoma innymi niezerowymi składnikami. Jednak w praktyce  $M_w$  uzyskiwane dwoma wymienionymi metodami były zawsze prawie identyczne, co doprowadziło do stosowania głównie pierwszej metody.

Wielkość  $M_w$  jest obliczana z momentu sejsmicznego według wzoru [Hanksa i Kanamoriego \(1979\)](#). Wynik może być oparty na fali P lub S lub średniej z dwóch:

$$M_w^{(P)} = \frac{2}{3} \log M_0^{(P)} - 6.07$$

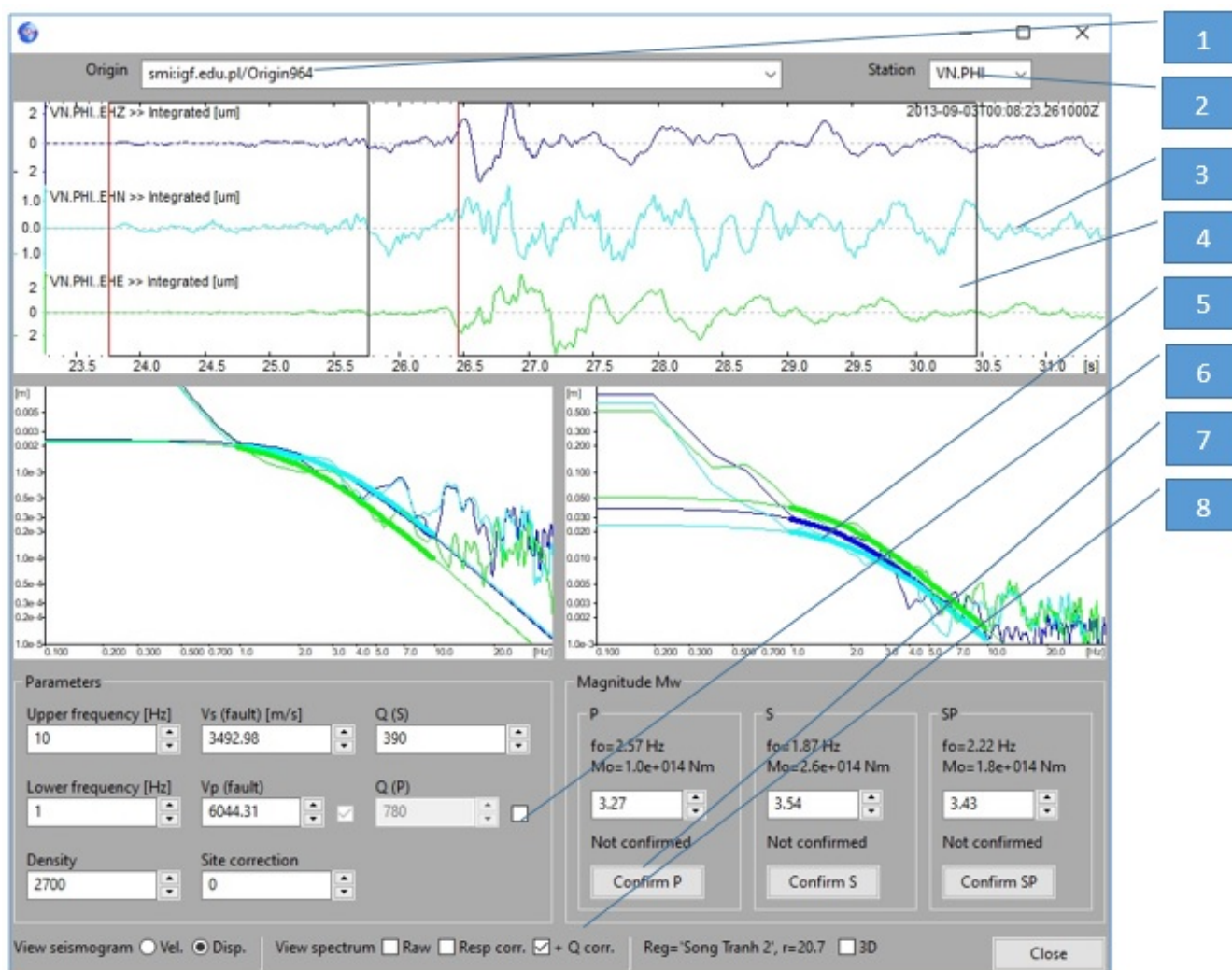
$$M_w^{(S)} = \frac{2}{3} \log M_0^{(S)} - 6.07$$

$$M_w^{(PS)} = \frac{2}{3} \log \left( \frac{M_0^{(P)} + M_0^{(S)}}{2} \right) - 6.07$$

Domyślna długość okna przyjmowana dla liczenia spektrum wynosi 0.9 równicy czasów fali S i P dla fali P i 1.8 tej różnicy dla fali S. W przypadku braku pików P lub S wynosi różnica czasów  $(\sqrt{3}-1)T_P$  lub  $(1+1/\sqrt{3})T_S$ , gdzie  $T_P$  lub  $T_S$  są różnicami między czasami P lub S a czasem w ognisku.

## Instrukcja liczenia magnitudy $M_w$

Liczenie magnitudy  $M_w$  wywoływane jest z menu poleceniem **Magnitude** → **Mw(SWIP4)**. Nazwa (SWIP4) informuje, że moduł ten jest programem zaadaptowanym z programu SWIP4. Po wywołaniu jawi się okno do liczenia magnitudy  $M_w$  (Rys. 17). U góry okna wypisywana są *Origin* (1), dla którego liczona będą magnitudy, oraz stacja sejsmiczna (2). Poniżej wyświetlany są sejsmogramy trzech składowych wybranej stacji (3). W zależności od wyboru opcji **View seismogram** na dole okna może być wyświetlany sejsmogram prędkościowy (opcja **Vel.**) lub przemieszczeniowy (opcja **Disp.**). Każdy kanał rysowany jest osobnym kolorem. Takim samym kolorem są rysowane wydma sygnałów. Czerwonymi liniami zaznaczone są fale P i S a czarną linią rysowane jest w postaci prostokąta okno, z którego liczone jest widmo spektrum (4). Początek okna pokrywa się wstępnie z fazą P lub S, ale granice okien można zmienić ciągnąc je myszką z wciśniętym lewym przyciskiem myszy.

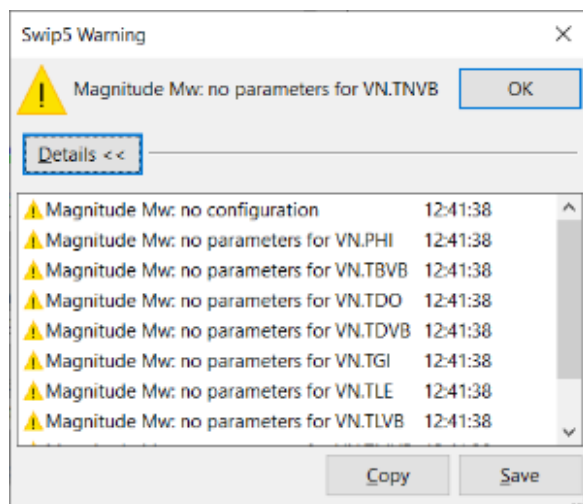


Rys. 17 Okno liczenia magnitudy Mw

Poniżej sejsmogramów rysowane są widma przemieszczeniowe poszczególnych składowych oraz krzywe teoretycznych widm modelu *Brune* (5) estymowanych z sygnału. Z lewej strony rysowane są widma dla fali *P*, a z prawej strony dla fali *S*. Pogrubioną linią modelu zaznaczony jest przedział częstotliwości, dla którego estymowany jest model – wartości między dolnym a górnym limitem częstotliwości (6: *Lower frequency [Hz]* i *Upper frequency [Hz]*). Kolory oznaczają: niebieski – składowa *Z*, błękitny – składowa *N*, zielony – składowa *E*.

Poniżej z lewej strony znajduje się okno parametrów do liczenia *Mw* (6) a z prawej strony wyświetlane są wartości  $M_0$ ,  $f_0$  i *Mw* dla fal *P*, *S* i całości oraz przyciski potwierdzające magnitudę (7). Ich naciśnięcie powoduje zapisanie danych *Mw dla danej stacji*. Można wybrać *Mw* z fali *P*, *S* lub średnią z obydwu fal..

Każda zmiana parametrów jak i okno do liczenia skutkuje przeliczeniem *Mw* i zmianą krzywych Brune'a. Wartości dolnej i górnej częstotliwości oraz współczynniki tłumienia *Q* są zapamiętywane w pliku *konfiguracyjnym* i przy powtórnym liczeniu przyjmowane jako domyślne, natomiast prędkości i gęstość są wyliczane z modelu 1D. Jeżeli w pliku konfiguracyjnym nie zdefiniowano jednej lub wielu stacji wcześniej i ustawiona jest w pliku konfiguracyjnym opcja *Save*, to pojawi się ostrzeżenie



a wartości dolnej i górnej częstotliwości oraz współczynniki tłumienia *Q* ustawią się na wartości domyślne. Koniecznie należy wtedy wpisać poprawne wartości szczególnie *Q* dla wszystkich brakujących stacji, gdyż komunikat ten już się nie powtórzy. Wartości dolnej i górnej częstotliwości trzeba praktycznie dobierać za każdym razem, tak aby krzywe Brune'a pasowały do widma sygnałów, natomiast *Q* raz ustalone nie powinno być zmieniane.

Na dole okna (8) znajdują się dodatkowe przyciski sterujące wyświetlaniem sejsmogramu i spektrogramów, oraz dodatkowe informacje o regionie i odległości od epicentrum i przycisk zamykający okno.

- [Konfiguracja liczenia magnitudy Mw](#)